Bei der partiellen Integration muß ja ein Faktor abgeleitet und einer integriert werden, um das neue (einfachere) Integral zu erhalten. Die folgenden Regeln geben Tips, welcher Faktor abgeleitet und welcher Faktor integriert werden sollte!

Produkte und ein Faktor ist x

Zuerst überprüft man, ob der Sonderfall vorliegt, dass der andere Faktor eine Funktion ist, die beim Ableiten rational wird (meist ist dies die ln-Funktion, arcsin usw). Ist dies der Fall, dann muß x integriert werden und die Funktion muß folglich abgeleitet werden:

$$\boxed{\int x \cdot \begin{pmatrix} \ln x \\ \arcsin x \\ \ldots \end{pmatrix} dx}$$

Falls der Sonderfall nicht vorliegt, muß in der Regel <u>x abgeleitet</u> werden (x verschwindet dadurch!!!) und die Funktion f(x) muß integriert werden.

$$\boxed{\int x \cdot f(x)\, dx}$$

Produkte und ein Faktor ist x^n

Zuerst überprüft man, ob der Sonderfall vorliegt, dass der andere Faktor eine Funktion ist, die beim Ableiten rational wird (meist ist dies die ln-Funktion, arcsin usw). Ist dies der Fall, dann muß x^n integriert werden und die Funktion muß folglich abgeleitet werden:

$$\boxed{\int x^n \cdot \begin{pmatrix} \ln x \\ \arcsin x \\ \ldots \end{pmatrix} dx}$$

Ist der andere Faktor die e-Funktion, die Sinusfunktion oder die Kosinusfunktion, dann muß man x^n n-mal ableiten (d.h. die partielle Integration muß n-mal angewendet werden, bis x^n verschwindet):

$$\boxed{\int x^n \cdot \begin{pmatrix} e^x \\ \sin x \\ \cos x \end{pmatrix} dx}$$

Geht auch bei: e^{ax} , sin(ax), cos(ax)

Liegt eine andere Funktion f(x) vor, dann muß oft (aber nicht immer!) x^n abgeleitet werden. Dies ist meist unproblematisch, wenn n eine kleine Zahl ist (z.B. 2 oder 3):

$$\boxed{\int x^n \cdot f(x)\, dx}$$

Produkt und ein Faktor ist die e-Funktion

Die eine Funktion ist die e-Funktion.
Die andere Funktion eine Funktion, die beim mehrfachen Ableiten wieder auftaucht (z.B. sinx, cosx):

$$\boxed{\int e^x \cdot \begin{pmatrix} \sin x \\ \cos x \end{pmatrix} dx}$$

Wähle sinx bzw. cosx als Funktion, die abgeleitet wird. Sobald sie wieder auftritt, setze den letzten Term mit dem gegebenen Integral gleich.

Integrand ist einzelne Funktion (kein Produkt / Bruch)

Hier kann man den Trick machen, dass man den Integranden mit 1 multipliziert.
Dann wählt man die einzelne Funktion als Funktion, die abgeleitet wird.
Daraus folgt, dass man „1“ integriert werden muß (die „1“ wird dadurch zu x).

Hier ein Beispiel mit lnx:

$$\begin{aligned} \int \ln x \, dx &= \int \ln x \cdot 1 \, dx \\ &= x \cdot \ln x - \int \frac{1}{x} \cdot x \, dx \\ &= x \cdot \ln x - \int 1 \, dx \\ &= x \cdot \ln x - x + c \end{aligned}$$

Dies klappt aber nur bei wenigen Funktionen, denn die Funktion muß nach dem Ableiten eine rationale Funktion werden. Beispiele:

$\ln x$
$\arcsin x$
usw.